

간섭상관행렬 추출을 통한 포인팅 오류에 강인한 적응 빔포밍

최 양 호*

Adaptive Beamforming Robust to Pointing Errors Through Extraction of Interference Correlation Matrix

Yang-Ho Choi*

요 약

포인팅 오류가 있으면 적응 빔포머(adaptive beamformer)는 원하는 신호를 간섭처럼 감쇠해서 SINR(signal-to-interference-plus-noise ratio) 성능이 크게 저하된다. 어레이 수신신호의 샘플행렬(sample matrix)로부터 경사투영(oblique projection)을 통해 간섭 상관행렬을 추출하여 포인팅 오류에 강인한 빔포밍 방식을 제안한다. 간섭신호의 도래각을 추정함이 없이 샘플행렬의 고유분해를 통해 직접 경사투영 행렬을 구한다. 이에 따라, 간섭 도래각 영역에서 행렬적분을 하거나 간섭의 도래각과 전력을 추정하여 간섭행렬을 구하는 방식에 비해 계산이 훨씬 간단하다. 제안방식에서는 원하는 신호의 도래방향을 MUSIC(multiple signal classification)을 통해 추정하여, 기존의 방식에서 종종 사용하는 Capon 스펙트럼에 따른 방식보다 정확하게 추정한다. 제안방식은 도래각 오류뿐만 아니라 랜덤오류에도 강인함을 시뮬레이션 결과는 보여준다.

Key Words : Robust Beamformer, Pointing Errors, Interference Correlation Matrix, Oblique Projection, Direction estimation

ABSTRACT

The output SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) of an adaptive beamformer can be significantly deteriorated by pointing errors which cause the desired signal to be suppressed as an interference. We present a robust beamforming method through the extraction of an interference correlation matrix from the sample matrix, which is performed by an oblique projection. The matrix for oblique projection is found from the eigendecomposition of the sample matrix, without the estimation of the arrival angles and powers of interferences. Hence the computational complexity of the proposed method is much less than the existing ones that find an interference matrix through a matrix integration or direction estimation over a range of interference angle. The direction of the desired signal is estimated by MUSIC (multiple signal classification), which provides more accurate estimates than the Capon estimator that has often been used by existing beamformers. Simulation results demonstrate that the proposed method is robust against random errors as well as pointing errors.

* 이 논문은 2022년도 강원대학교 대학회계의 지원을 받아 수행한 연구임.

• First Author : Kangwon National University, Dept. of Electrical and Electronic Engineering (yhochoi@kangwon.ac.kr), 종신회원
논문번호 : 202212-298-A-RN, Received December 14, 2022; Revised March 13, 2023; Accepted March 13, 2023

I. 서 론

적응 빔포머(adaptive beamformer)는 원하는 신호에 대한 정보를 이용하여 어레이 출력에서 SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio)이 최대가 되도록 가중벡터(weight vector)를 조절한다^{1,2)}. MVDR (minimum variance distortionless response) 어레이는 원하는 신호의 도래각 정보를 이용하여 이 방향으로 단위이득 제한을 하고, 출력전력이 최소가 되도록 어레이 수신신호를 가중한다. 이때, 주어진 도래방향이 실제 도래 방향과 일치하지 않는 포인팅 오류(pointing error)가 있으면 심한 성능저하가 발생할 수 있다³⁻⁵⁾.

조향 오류(steering error)가 있으면 빔포머는 원하는 신호도 간섭으로 간주하여 이를 감소하게 된다. 따라서 원하는 신호 성분이 없는 간섭 상관행렬을 이용하여 빔포밍을 하면 조향오류에 강인한 특성을 가질 수 있다. 간섭 상관행렬 추정을 통한 빔포밍 방식에서는 원하는 신호가 놓여있는 공간각 섹터 θ_d 와, 이외 집합 $\bar{\theta}_d$ 를 구분하여 θ_d 에서 원하는 신호에 대한 조향벡터를, $\bar{\theta}_d$ 에서 간섭행렬을 추정한다. 조향벡터 행렬에 Capon 공간 스펙트럼 인자를 곱하여 $\bar{\theta}_d$ 영역에서 행렬적분을 통해 간섭 상관행렬을 구할 수 있다^{6,7)}. 다른 방법으로 Capon 스펙트럼 피크를 탐색하거나⁸⁻¹⁰⁾ 또는 Capon 빔패턴의 널(null)을 찾아¹¹⁾ 간섭신호의 도래방향 추정을 통해 구할 수 있다. 이때, 간섭신호 전력은 CS(compressive sensing) 문제를 풀거나⁸⁾ 간단히 샘플행렬의 최대 고유치로부터 구한다^{9,11)}. 참고문헌 [10]에서는 간섭신호에 대한 조향벡터를 구하는 과정에서 오류에 대한 강인성을 가지기 위해 RCB(robust Capon beamforming) 방법^{11,12)}을 사용한다. 언급한 방식들은 $\bar{\theta}_d$ 에서 행렬적분 또는 Capon 스펙트럼 피크 탐색 등이 필요하여 계산량이 매우 크게 된다.

원하는 신호에 대한 성분도 포함하는 샘플행렬 (sample matrix)에서 이를 제거하여 간섭행렬을 구할 수 있다¹³⁻¹⁵⁾. 블록킹(blocking) 행렬을 샘플행렬에 적용하여 원하는 신호 성분을 제거할 수 있다. 참고문헌 [13]에선 $\bar{\theta}_d$ 영역에서 Capon 스펙트럼 값을 가중한 행렬적분을 통해 블록킹 행렬을 구한다. 참고문헌 [14], [15]에선 원하는 신호와 잡음에 대한 추정 상관행렬의 역행렬을 블록킹 행렬로 사용한다. 또한 참고문헌 [14]에선 원하는 신호에 대한 조향벡터를 근사적으로 계산하여 원하는 신호와 잡음에 대한 추정 상관행렬을 구한다. 이 조향벡터는 반복적으로 QCQP(quadratically

constrained quadratic programming) 문제를 해결하여 구하는데, 초기값은 θ_d 영역에서 구해지는 상관행렬의 최대 고유치에 대한 고유벡터를 사용한다. 행렬적분을 하고 QCQP 문제를 반복적으로 해결해야 하는 복잡한 방식과 달리, 참고문헌 [15]에서는 θ_d 영역에서 간단한 계산을 통해 원하는 신호와 잡음에 대한 상관행렬을 추정하여 블록킹 행렬을 구하고, 추정 간섭행렬을 이용하여 RCB 방법으로 원하는 신호에 대한 조향벡터를 구한다.

본 논문에서는 원하는 신호와 간섭신호에 대한 상관행렬 \mathbf{G} 로부터 경사투영(oblique projection)^[16]을 통해 원하는 신호 성분을 제거하여 간섭 상관행렬 \mathbf{R}_i 를 추출하는 새로운 빔포밍 방식을 제안한다. 원하는 신호와 간섭신호에 대한 조향벡터를 알고 있다면 \mathbf{G} 로부터 \mathbf{R}_i 를 추출하는 경사투영 행렬을 쉽게 구할 수 있다. 그러나 제안방식에서는 θ_d 영역에서 원하는 신호의 도래각만 추정하여 샘플행렬로부터 경사투영 행렬을 구하고, 이에 따라, $\bar{\theta}_d$ 영역에서 행렬적분을 하거나 간섭신호 도래방향을 추정하는 방식에 비해 계산이 훨씬 간편하다. 도래각은 MUSIC(multiple signal classification)^[17]을 통해 추정한다. MUSIC은 기존 빔포밍 방식에서 자주 사용하는 Capon 스펙트럼보다 정확하게 도래각을 추정할 수 있다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 제안방식은 포인팅 오류뿐만 아니라 조향벡터의 랜덤오류(random error)에도 강인한 특성을 나타낸다.

위 첨자 $T, *, H$ 는 각각 전치(transpose), 켈레복소 (complex conjugte), 켈레복소전치 연산, $E[\cdot]$ 는 기대치 연산을 의미한다. 행렬, 벡터는 각각 대문자, 소문자 굵은체로 나타내고, \mathbf{I} 는 적절한 크기의 단위행렬을 나타낸다.

II. 시스템 모델링

선형 어레이에 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_k$ 로부터 원하는 신호와 K 개의 간섭신호가 입사한다. θ_0, θ_k 는 원하는 신호와 k 번째 간섭신호의 도래각을 나타내고, 이들의 복소 포락선은 $s_0(t), s_k(t)$ 이다. 어레이는 M 개의 센서로 구성되고 도래각 θ 에 대한 조향벡터는 $\mathbf{a}(\theta)$ 이다. 이때 어레이에 수신된 신호는

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

와 같이 쓸 수 있고, 여기서

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (2)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (3)$$

$\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터이다. 잡음은 평균 0, 분산 σ^2 인 가우시안 랜덤 프로세스로 잡음에 대한 상관행렬은 $E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2\mathbf{I}$ 이다. $\mathbf{x}(t)$ 에 대한 상관행렬은

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma^2\mathbf{I} \quad (4)$$

와 같이 주어지고, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 이다.

어레이 수신벡터를 \mathbf{w} 로 가중하여 출력신호 $y(t)$ 는

$$y(t) = \mathbf{w}^H\mathbf{x}(t) \quad (5)$$

와 같이 주어진다. 어레이 출력에서 SINR은 아래와 같이 나타낼 수 있고

$$\text{SINR} = \frac{p_0|\mathbf{w}^H\mathbf{a}_0|^2}{\mathbf{w}^H\mathbf{R}_{i+n}\mathbf{w}} \quad (6)$$

$p_0 = E[s_0(t)s_0^*(t)]$ 는 원하는 신호의 입력전력,

$$\mathbf{R}_{i+n} = \mathbf{R}_i + \sigma^2\mathbf{I} \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i\mathbf{R}_{s_i}\mathbf{A}_i \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_i = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_{s_i} = E[\mathbf{s}_i(t)\mathbf{s}_i^*(t)] \quad (10)$$

$$\mathbf{s}_i(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (11)$$

이다. 간단히 쓰기 위해 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 를 \mathbf{a}_0 로 나타낸다. SINR을 최대로 하는 최적 가중벡터는

$$\mathbf{w}_o = \mu\mathbf{R}_{i+n}^{-1}\mathbf{a}_0 \quad (12)$$

으로 주어지고 μ 는 어떤 상수이다. 원하는 신호 방향으로 단위가득 제한을 해서 $\mathbf{w}^H\mathbf{a}(\theta_0) = 1$ 이 되도록 하면 상수 μ 는 $\mu = 1/\mathbf{a}_0^H\mathbf{R}_{i+n}^{-1}\mathbf{a}_0$ 이 된다. 원하는 신호는 간섭신호와 상관되어 있지 않다. 따라서

$$\mathbf{R}_x = p_0\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0^H + \mathbf{R}_i + \sigma^2\mathbf{I} \quad (13)$$

식 (12)에서 간섭과 잡음에 대한 상관행렬 \mathbf{R}_{i+n} 대신 원하는 신호를 포함한 수신신호 전체에 대한 상관행렬 \mathbf{R}_x 를 대입해도 SINR이 최대가 된다. 따라서 $\mathbf{w}_o = \mu\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}_0$ 와 같이 나타낼 수 있다.

III. 간섭 상관행렬 추출

수신신호 상관행렬 \mathbf{R}_x 를 고유분해한다.

$$\mathbf{R}_x = \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H = \mathbf{E}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{E}^H \quad (14)$$

λ_m, \mathbf{e}_m 은 각각 고유치, 고유벡터는 이고, $\boldsymbol{\Lambda}$ 은 고유치를 대각 요소로 가지는 대각행렬, \mathbf{E} 는 고유벡터행렬이다. 고유치는 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ 와 같이 내림차순으로 정렬되어 있다. 식 (4)에 따라 고유치는 $\lambda_l = \sigma^2$, 여기서 $l \geq K+2$ 이다. 따라서

$$\mathbf{E}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{E}^H = \mathbf{E}_s\boldsymbol{\Lambda}_s\mathbf{E}_s^H + \sigma^2\mathbf{E}_n\mathbf{E}_n \quad (15)$$

와 같이 나누어 쓸 수 있다. \mathbf{R}_x 는 Hermitian 행렬로 $\mathbf{E}\mathbf{E}^H = \mathbf{I}$ 이고, 식 (4), (15)로부터

$$\mathbf{G} \equiv \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H = \mathbf{E}_s\ddot{\boldsymbol{\Lambda}}_s\mathbf{E}_s^H \quad (16)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\Lambda}}_s = \boldsymbol{\Lambda}_s - \sigma^2\mathbf{I} \quad (17)$$

이다. \mathbf{G} 는 원하는 신호에 대한 상관행렬과 간섭에 대한 상관행렬의 합으로 주어진다. \mathbf{G} 로부터 간섭행렬을 구하기 위해서는 간섭행렬에 대해서는 어떠한 영향도 주지 않으면서 원하는 신호 성분만을 제거해야 한다. 이를 위해 경사투영을 이용한다.

서로 독립적인 열로 구성된 행렬 \mathbf{M} 을 생각하자. \mathbf{M} 의 열공간으로 투사하는 행렬을 \mathbf{P}_M 으로, 널 공간으로 투사하는 행렬을 $\mathbf{P}_M^\perp (= \mathbf{I} - \mathbf{P}_M)$ 으로 나타낸다. \mathbf{M} 을 $\mathbf{M} = [\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2]$ 와 같이 두 부분으로 나눠 나타낼 때, \mathbf{P}_M 은 두 경사투영의 합으로 표현할 수 있다^[6].

$$\mathbf{P}_M = \mathbf{Q}_{\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2} + \mathbf{Q}_{\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1} \quad (18)$$

$\mathbf{Q}_{\mathbf{M}_i\mathbf{M}_j}(i, j = 1, 2, i \neq j)$ 는 경사투영 행렬로

$$Q_{M_i M_j} = M_i (M_i^H P_{M_j}^\perp M_i)^{-1} M_i^H P_{M_j}^\perp \quad (19)$$

같이 쓸 수 있고

$$Q_{M_i M_j} M_i = M_i, \quad Q_{M_i M_j} M_j = 0 \quad (20)$$

의 성질을 가진다.

위 성질에 따라 투영행렬 $Q_{A_i a_0}$ 를 이용하여 G 로부터 간섭행렬을 추출할 수 있다. 즉,

$$R_i = Q_{A_i a_0} G Q_{A_i a_0}^H \quad (21)$$

원하는 신호의 도래각 θ_0 를 정확히 추정해서 a_0 을 알더라도 A_i 를 알지 않는 한, 식 (19)에 따라 $Q_{A_i a_0}$ 를 구할 수 없다. A_i 를 알지 않더라도 G 로부터 $Q_{A_i a_0}$ 를 구할 수 있다. G 의 의사 역행렬(pseudoinverse) G^+ 은

$$G^+ = (A^H)^+ R_s^+ A^+ \quad (22)$$

와 같이 쓸 수 있고, $A = [a_0, A_i]$ 의 의사 역행렬은

$$A^+ = \begin{bmatrix} (a_0^H P_{A_i}^\perp a_0)^{-1} a_0^H P_{A_i}^\perp \\ (A_i^H P_{a_0}^\perp A_i)^{-1} A_i^H P_{a_0}^\perp \end{bmatrix} \quad (23)$$

와 같이 표현된다^[16]. 따라서 $A^+ a_0 = [1, 0, \dots, 0]^T$ 이고, $(A^H)^+ = (A^+)^H$ 이므로

$$\begin{aligned} a_0^H G^+ &= (A^+ a_0)^H R_s^{-1} A^+ \\ &= p_0^{-1} [1, 0, \dots, 0]^T A^+ \\ &= p_0^{-1} (a_0^H P_{A_i}^\perp a_0)^{-1} a_0^H P_{A_i}^\perp \end{aligned} \quad (24)$$

와 같다. $a_0^H G^+ a_0 = p_0^{-1}$ 이고, 투영행렬 $Q_{a_0 A_i}$ 은

$$Q_{a_0 A_i} = a_0 (a_0^H G^+ a_0)^{-1} a_0^H G^+ \quad (25)$$

와 같이 나타낼 수 있다^[18]. $P_A = E_s E_s^H$ 이고 식 (18)로부터 $Q_{A_i a_0}$ 는

$$Q_{A_i a_0} = E_s E_s^H - Q_{a_0 A_i} \quad (26)$$

와 같이 계산할 수 있다. 간섭행렬은 (21)과 같이 구해진다.

IV. 기중벡터 계산

실제의 경우 R_x 는 알려져 있지 않고 스냅샷(snapshot)으로부터 추정해야 한다. N 개의 스냅샷이 가용하면 다음처럼 추정한다.

$$\hat{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) x^H(n) \quad (27)$$

샘플행렬 \hat{R}_x 를 고유분해하여

$$\hat{R}_x = \sum_{m=1}^M \hat{\lambda}_m \hat{e}_m \hat{e}_m^H = \hat{E}_s \hat{\Lambda}_s \hat{E}_s^H + \hat{E}_n \hat{\Lambda}_n \hat{E}_n^H \quad (28)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 잡음 전력은

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M-K-1} \sum_{m=K+2}^M \hat{\lambda}_m \hat{e}_m \hat{e}_m^H \quad (29)$$

와 같이 추정한다. 이때 G 에 대한 추정치는

$$\hat{G} = \hat{E}_s \hat{\Lambda}_s \hat{E}_s^H \quad (30)$$

$$\hat{\Lambda}_s = \hat{\Lambda}_s - \hat{\sigma}^2 I \quad (31)$$

로 주어진다.

a_0 의 추정치는 \hat{a}_0 이다. 간섭행렬 추출을 위한 투영행렬을 다음처럼 계산한다.

$$\hat{Q}_{A_i a_0} = \hat{E}_s \hat{E}_s^H - \hat{Q}_{a_0 A_i} \quad (32)$$

$$\hat{Q}_{a_0 A_i} = \hat{a}_0 (\hat{a}_0^H \hat{G}^+ \hat{a}_0)^{-1} \hat{a}_0^H \hat{G}^+ \quad (33)$$

$\hat{Q}_{A_i a_0}$ 이 구해지면 간섭잡음행렬을

$$\hat{R}_{i+n} = \hat{R}_i + \hat{\sigma}^2 I \quad (33)$$

$$\hat{R}_i = \hat{Q}_{A_i a_0} \hat{G} \hat{Q}_{A_i a_0}^H \quad (34)$$

와 같이 구한다. 기중벡터는

$$w = \mu \hat{R}_{i+n}^{-1} \hat{a}_0 \quad (35)$$

와 같이 계산되고 단위이득제약을 적용하면 상수 μ 는 $\mu = 1/\hat{\mathbf{a}}_0^H \hat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0$ 으로 주어진다.

$\hat{\mathbf{a}}_0$ 을 구하기 위해서는 도래각 θ_0 을 추정하는 것이 필요하다. θ_0 의 추정 $\hat{\theta}_0$ 은 MUSIC 스펙트럼의 피크치를 탐색하여 구할 수 있다. MUSIC 스펙트럼은

$$s(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (36)$$

와 같다. 초기에 주어진 θ_0 의 추정치는 θ_{00} 이다. θ_{00} 를 중심으로 한 도래각 섹터

$$\Theta_d = [\Delta\theta_0 - \theta_{00}, \Delta\theta_0 + \theta_{00}] \quad (37)$$

에서 MUSIC 스펙트럼을 계산한다. 만약 Θ_d 에서 피크치가 복수이면 θ_{00} 와 가장 가까운 θ 를 $\hat{\theta}_0$ 으로 한다. N 이 무한대이면 샘플행렬은 \mathbf{R}_x 와 동일하게 되고, $s(\theta)$ 는 θ_0 에서 피크를 나타낸다. $\theta_0 \in \Theta_d$ 이면 정확하게 도래각을 추정할 수 있고 $\hat{\mathbf{a}}_0$ 은 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 와 동일하게 된다. 이때 $\hat{\mathbf{Q}}_{\mathbf{A}, \mathbf{a}_0} = \mathbf{Q}_{\mathbf{A}, \mathbf{a}_0}$ 이고 식 (35)의 가중벡터는 최적벡터와 같게 돼서 제안방식은 최적 SINR을 나타낸다.

V. 시뮬레이션

5개의 센서가 반파장 간격으로 균일하게 놓인 ULA(uniform linear array)에 3개의 신호가 도래한다. 원하는 신호, 두 번째 간섭신호의 도래각은 $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_2 = 35^\circ$ 이고 첫 번째 간섭신호의 도래각 θ_1 은 -20° 또는 -10° 이다. k 번째 간섭신호의 INR(interference-to-noise ratio)을 ξ_k 로 나타낸다. 원하는 신호의 SNR은 10 dB, $\xi_1 = 5$ dB, $\xi_2 = 20$ dB 이다.

제안방식과 IMR(interference matrix reduction)^[15], AIE(alternating iteration estimation)^[14], SAP(subspace-associated power)^[19], DMI(direct matrix inversion) 방식의 성능을 비교한다. 제안방식, IMR, AIE에서 원하는 신호에 대한 도래각 영역 Θ_d 가 필요한데, $\Delta\theta_0 = 5^\circ$ 이다. IMR은 Θ_d 영역에서 원하는 신호와 잡음에 대한 행렬을 구하는 데 공간각 간격 Δ 는 $\Delta = 5^\circ$ 로, 조향벡터를 추정하기 위해 불확실 집합을 정의하는 참고문헌 [15]의 식 (10)에서 $\epsilon_1 = 1.25$ 로 하였다. IMR, AIE에서 이외 다른 주요 파라미터들은 각기 참고문헌 [15], [14]

에서 사용한 값으로 설정하였다. SAP에서 불확실 집합을 규정하는 ϵ 은 $\rho = 0.2$ 로 하여 참고문헌 [19]의 식 (24)에 따라 계산하였다.

그림 1 - 4는 \mathbf{R}_x 를 이용한 정상상태(steady state)에서의 SINR 성능을 나타내고, 그림 5, 6은 N 의 함수로 성능을 나타낸다. 그림 1, 2에서는 조향벡터에서 랜덤오류를 고려하지 않았고, 그림 3 - 6은 고려한다. 랜덤오류를 고려한 조향 벡터는

$$\mathbf{a}(\theta) = \bar{\mathbf{a}}(\theta) + \Delta\mathbf{a}(\theta) \quad (38)$$

와 같이 쓸 수 있고, $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 는 ULA의 조향벡터이다. $\Delta\mathbf{a}(\theta)$ 는 랜덤오류 벡터로 각 요소는 평균이 0인 가우시안 랜덤변수로 $E[\Delta\mathbf{a}(\theta)\Delta\mathbf{a}^H(\theta)] = \sigma_a^2 \mathbf{I}$ 이고 σ_a 는 표준편차이다. 이때, MUSIC 스펙트럼은 식 (36)에서 $\mathbf{a}(\theta)$ 가 아닌 $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 를 사용하여 계산되고 DMI의 가중벡터는 $\mathbf{w} = \mu \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_{00})$ 와 같이 주어진다. 평균 SINR을 구하는 경우, 100번을 독립적으로 실행하여 구하였다.

그림 1, 2에서는 랜덤오류가 없는 가운데 포인팅 오류 $\theta_e (= \theta_{00} - \theta_0)$ 에 따른 SINR을 보인다. 그림 1에서 $\theta_1 = -20^\circ$ 이다. \mathbf{R}_x 가 알려졌을 때 제안방식은 정확하게 도래각을 추정할 수 있고 따라서 최적 SINR과 동일하게 된다. IMR도 최적 어레이와 실질적으로 같은 성능을 나타내고 있다. 그러나 DMI는 오류가 없으면 최적 SINR을 보이나 작은 오류에도 심하게 성능이 저하

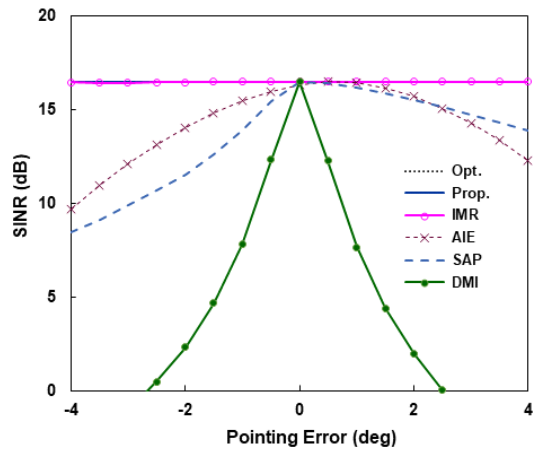


그림 1. $\Delta\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{0}$, $\theta_1 = -20^\circ$ 일 때 포인팅 오류에 따른 정상상태 SINRs
Fig. 1. Steady state SINRs as functions of θ_e when $\Delta\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{0}$ and $\theta_1 = -20^\circ$

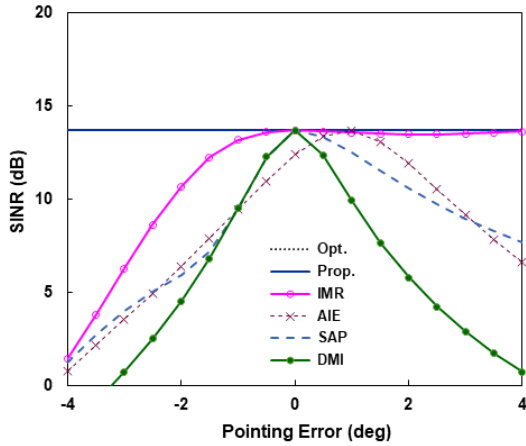


그림 2. $\Delta\alpha(\theta) = 0$, $\theta_1 = -10^\circ$ 일 때 포인팅 오류에 따른 정상상태 SINRs
Fig. 2. Steady state SINRs as functions of θ_e when $\Delta\alpha(\theta) = 0$ and $\theta_1 = -10^\circ$

된다. SAP도 오류가 없으면 최적 SINR을 보이지만 오류로 인해 성능이 상당히 저하된다. AIE는 오류가 없어도 최적 SINR을 보이지 않는다. 그림 2에서는 첫 번째 간섭신호가 원하는 신호 쪽으로 접근한 $\theta_1 = -10^\circ$ 로부터 도래한다. 원하는 신호 방향에 가까워짐에 따라 최적 SINR이 그림 1에 비해 작아진다. θ_{00} 에 조항하는 quiescent 패턴 주엽(mainlobe)으로 간섭신호가 깊숙이 들어오는 이 경우에도 제안방식은 θ_0 를 정확히 추정하고 최적 SINR을 보인다. 반면에 IMR은 그림 1의 경우에는 θ_e 에 관계없이 실질적인 최적 성능을 보였지만, θ_e 가 $\theta_e < -0.5^\circ$ 이면 성능이 감소해서 $\theta_e = -4^\circ$ 에서 최적 SINR에 비해 12 dB 이상 작은 값을 가진다.

$\theta_e = 3^\circ$ 일 때 그림 3, 4는 랜덤오류의 표준편차 σ_a 에 따른 평균 SINR을 나타낸다. 그림 3에서 $\theta_1 = -20^\circ$ 이다. DMI는 -1.5 dB 이하의 SINR을 보인다. σ_a 가 매우 작으면 랜덤오류의 영향은 무시할 수 있고 따라서 그림 1에서 $\theta_e = 3^\circ$ 인 경우와 동일한 성능을 나타낸다. σ_a 가 증가해서 어떤 값 이상이면 성능저하를 보인다. 대략, 제안방식은 $\sigma_a = 2.5 \times 10^{-2}$ 에서, IMR은 $\sigma_a = 1 \times 10^{-2}$ 에서 감소가 시작되고, 제안방식이 IMR보다 상대적으로 랜덤 오류에도 강인한 특성을 나타낸다. σ_a 가 0.1에 가까운 값을 가져도 AIE, SAP에서 랜덤오류로 인한 성능저하는 작은 특성을 보인다.

그림 4에서 $\theta_1 = -10^\circ$ 이다. 그림 3보다 이 경우, 제안방식, IMR은 랜덤 오류에 더 민감한 반응을 보여 σ_a

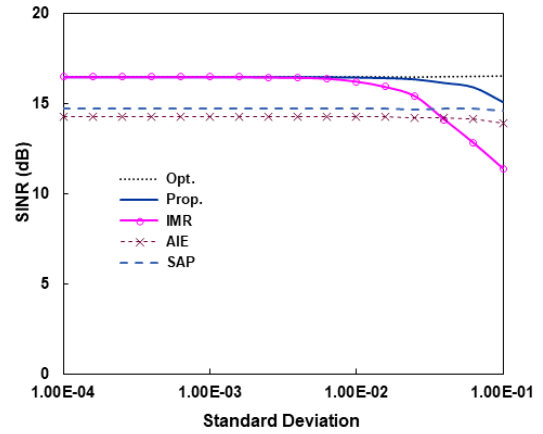


그림 3. $\theta_e = 3^\circ$, $\theta_1 = -20^\circ$ 일 때 σ_a 에 대한 정상상태 SINRs
Fig. 3. Steady state SINRs against σ_a when $\theta_e = 3^\circ$ and $\theta_1 = -20^\circ$

가, 각각, 1.6×10^{-2} , 1.6×10^{-3} 보다 크면 SINR이 감소한다. 제안방식에서는 σ_a 증가에 따른 SINR 감소 비율이 작으나, IMR에서는 상당히 커서, $\sigma_a = 0.1$ 에서 10 dB 이상의 감소를 보인다. σ_a 가 매우 작을 때, AIE, SAP 성능을 그림 3과 비교하면, 주엽 간섭으로 인한 성능저하가 상당히 크음을 보인다. 그림 4의 예에서는 도래각 오류로 상당한 성능저하를 보인 가운데 랜덤 오류에 따른 추가 성능저하는 거의 없고, SAP의 경우 $\sigma_a > 4 \times 10^{-2}$ 이면 오히려 SINR이 증가한다. 식 (38)으

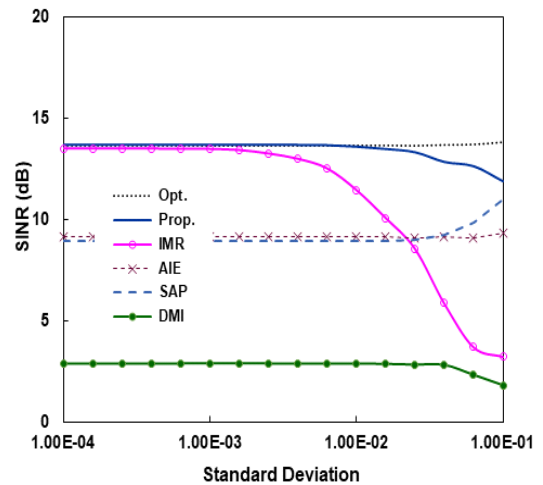


그림 4. $\theta_e = 3^\circ$, $\theta_1 = -10^\circ$ 일 때 σ_a 에 대한 정상상태 SINRs
Fig. 4. Steady state SINRs against σ_a when $\theta_e = 3^\circ$ and $\theta_1 = -10^\circ$

로부터 $|\mathbf{a}(\theta)|^2$ 의 기댓값은

$$E[|\mathbf{a}(\theta)|^2] = M + \sigma_a^2 \quad (39)$$

과 같다. σ_a 가 무시할 수 있을 정도로 작지 않은 경우, σ_a 가 증가하면 $|\mathbf{a}(\theta)|$ 도 증가하여 SINR의 증가요인으로 작용할 수 있다.

그림 5, 6에서는 $\theta_e = 3^\circ$, $\sigma_a = 0.01$ 일 때 표본행렬을 이용한 N 에 따른 성능을 보여준다. 그림 5에서 $\theta_1 = -20^\circ$ 이다. DMI는 -1.5 dB 이하의 성능을 나타

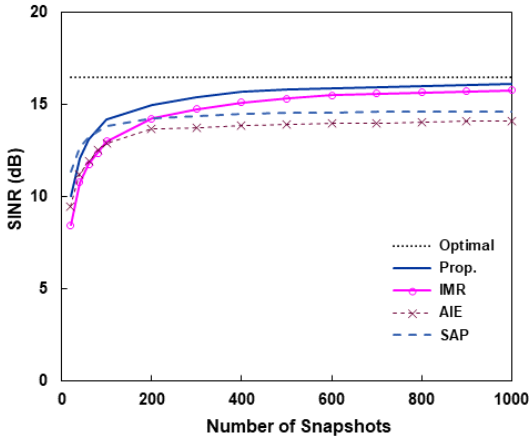


그림 5. $\sigma_a = 0.01$, $\theta_e = 3^\circ$, $\theta_1 = -20^\circ$ 일 때 N 에 따른 SINRs
Fig. 5. SINRs versus N when $\sigma_a = 0.01$, $\theta_e = 3^\circ$ and $\theta_1 = -20^\circ$

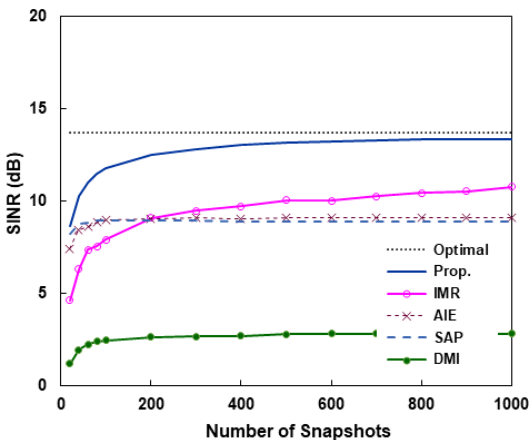


그림 6. $\sigma_a = 0.01$, $\theta_e = 3^\circ$, $\theta_1 = -10^\circ$ 일 때 N 에 따른 SINRs
Fig. 6. SINRs versus N when $\sigma_a = 0.01$, $\theta_e = 3^\circ$ and $\theta_1 = -10^\circ$

낸다. N 이 증가함에 따라 정상상태 성능에 접근함을 보인다. 제안방식은 빠른 수렴 속도를 보이며 N 이 80 이상이면 정상상태 SINR의 3 dB 이내의 차이를 보인다. 그림 6에서 $\theta_1 = -10^\circ$ 이다. 그림 5의 경우에는 제안방식과 IMR간 성능 차이가 비교적 작지만, 그림 6의 경우에는 상당한 차이를 보인다. 제안방식은 주엽 간섭에도 빠른 수렴 속도를 보여 N 이 60 이상이면 정상상태 SINR과 3 dB 이내로 접근하며 잘 동작한다.

VI. 결론

원하는 신호에 대한 도래각 벡터 θ_d 에서 MUSIC에 따라 도래각을 추정하고 샘플행렬로부터 간섭행렬을 추출하여 포인팅 오류에 강인한 빔포밍 방법을 제안하였다. 간섭신호의 도래각이나 전력을 추정할 필요가 없이 경사투영을 통해 샘플행렬로부터 간섭행렬을 추출함에 따라 이의 추정이 필요한 방식에 비해 계산이 매우 간단하다. N 이 무한대인 정상상태에서 랜덤오류가 없으면 제안방식의 가중벡터는 최적벡터와 동일하고 최적 SINR을 나타낸다. 시뮬레이션에 따르면, 제안방식은 도래각 오류뿐만 아니라 랜덤오류에도 강인한 특성을 보인다. 특히 IMR 등 기존 방식은 주엽 간섭에 심한 성능저하를 일으키나 제안방식은 주엽 간섭에도 잘 동작한다.

References

- [1] J. Li and P. Stoica, *Robust Adaptive Beamforming*, Hoboken, NJ: Wiley, 2005.
- [2] C. H. Hwang, "A performance improvement study of adaptive beamforming algorithm in uniform linear antenna array," *J. KICS*, vol. 42, no. 7, pp. 859-863, May 2019. (<https://doi.org/10.7840/kics.2019.44.5.859>)
- [3] R. T. Compton, "Pointing accuracy and dynamic range in a steered beam adaptive array," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-16, pp. 280-287, May 1980. (<https://doi.org/10.1109/TAES.1980.308897>)
- [4] L. Chang and C.-C. Yeh, "Effect of pointing errors on the performance of the projection Beamformer," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 41, no. 8, pp. 1045-1056, Aug. 1993. (<https://doi.org/10.1109/8.244645>)

- [5] J. W. Kim and C. K. Un, "A robust adaptive array based on signal subspace approach," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 11, pp. 3166-3171, Nov. 1993. (<https://doi.org/10.1109/78.257247>)
- [6] Y. Gu and A. Leshem, "Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 7, pp. 3881-3885, Jul. 2012. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2194289>)
- [7] F. Chen, F. Shen, and J. Song, "Robust adaptive beamforming using low-complexity correlation coefficient calculation algorithms," *Electron. Lett.*, vol. 51, no. 6, pp. 443-445, Mar. 2015. (<https://doi.org/10.1049/el.2015.0263>)
- [8] Y. Gu, N. Goodman, S. Hong, and Y. Li, "Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix sparse reconstruction," *Signal Process.*, vol. 96, pp. 375-381, Mar. 2014. (<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.10.009>)
- [9] Z. Zheng, T. Yang, W. Q. Wang, and H. C. So, "Robust adaptive beamforming via simplified interference power estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 55, no. 6, pp. 3139-3152, Dec. 2019. (<https://doi.org/10.1109/TAES.2019.2899796>)
- [10] Z. Zheng, Y. Zheng, W.-Q. Wang, and H. Zhang, "Covariance matrix reconstruction with interference steering vector and power estimation for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 67, no. 9, pp. 8495-8503, Sep. 2018. (<https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2849646>)
- [11] R. Mallipeddi, J. Lie, S. G. Razul, P. N. Suganthan, and C. M. S. See, "Robust adaptive beamforming based on covariance matrix reconstruction for look direction mismatch," *PIER Lett.*, vol. 25, pp. 37-46, 2011. (<https://doi.org/10.2528/PIERL11040104>)
- [12] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust Capon beamforming and diagonal loading," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 7, pp. 1702-1715, Jul. 2003. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2003.812831>)
- [13] X. Zhu, X. Xu, and Z. Ye, "Robust adaptive beamforming via subspace for interference covariance matrix reconstruction," *Signal Process.*, vol. 167, p. 107289, Feb. 2020. (<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107289>)
- [14] Z. Yang, P. Zhang, G. Liao, C. Duan, H. Xu, and S. He, "Robust beamforming via alternating iteratively estimating the steering vector and interference-plus-noise covariance matrix," *Digital Signal Process.*, vol. 99, p. 102620, Apr. 2020. (<https://doi.org/10.1016/j.dsp.2019.102620>)
- [15] P. Zhang, Z. Yang, G. Liao, G. Jing, and T. Ma, "An RCB-Like steering vector estimation method based on interference matrix reduction," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 57, no. 1, pp. 636-646, Feb. 2021. (<https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3028484>)
- [16] R. T. Behrens and L. L. Scharf, "Signal processing applications of oblique projection operators," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 6, pp. 1413-1424, Jun. 1994. (<https://doi.org/10.1109/78.286957>)
- [17] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986. (<https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830>)
- [18] M. L. McCloud and L. L. Scharf, "A new subspace identification algorithm for high-resolution DOA estimation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, no. 10, pp. 1382-1390, Oct. 2002. (<https://doi.org/10.1109/TAP.2002.805244>)
- [19] Y.-H. Choi, "Doubly constrained robust beamforming method using subspace-associated power components," *Digital Signal Process.*, vol. 42, pp. 43-49, Jul. 2015. (<https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.04.006>)

최 양 호 (Yang-Ho Choi)

제47권 5호, 2022년 5월호 참조